



[This question paper contains 04 printed pages]

इस प्रश्न पत्र में 04 मुद्रित पृष्ठ हैं

Roll Number / रोल नंबर: _____

HPAS Etc. Combined Competitive (Main) Examination, 2019

हि.प्र.प्र.से. आदि संयुक्त प्रतियोगी (मुख्य) परीक्षा, 2019

Statistics-I / स्टेटिस्टिक्स-I

Time Allowed: 3 Hours

Maximum Marks: 100

अनुगत समय: 3 घंटे

अधिकतम अंक: 100

Note / नोट:

1. This question paper contains total eight questions.
इस प्रश्न पत्र में कुल आठ प्रश्न हैं।
2. *Attempt any five questions including compulsory question No.1.*
अनिवार्य प्रश्न नंबर 1 सहित किन्हीं पांच प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
3. Each question carries equal marks. Marks are divided and indicated against each part of the question. Write answer in legible handwriting. Each part of the question must be answered in sequence and in the same continuation.
प्रत्येक प्रश्न के समान अंक हैं। प्रश्न के अंकों को विभाजित कर प्रश्न के प्रत्येक भाग के विरुद्ध इंगित किया गया है। उत्तर स्पष्ट लिखावट में लिखें। प्रश्न के प्रत्येक भाग का उत्तर उसी क्रम में दिया जाना चाहिए।
4. Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in answer book must be clearly struck off.
प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं है, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।
5. *Re-evaluation / Re-checking of answer book is not allowed.*
उत्तरपुस्तिका के पुनर्मूल्यांकन / पुनः जाँच की अनुमति नहीं है।

-
1. (a) Define independent events with the help of an example. Also, state and prove the multiplication theorem of probability for independent events. (7)
एक उदाहरण की सहायता से स्वतंत्र घटनाओं को परिभाषित करें। इसके अलावा, स्वतंत्र घटनाओं के लिए प्रायिकता के गुणन प्रमेय का कथन दीजिये और इसको सिद्ध कीजिये।

- (b) Let (X, Y) have joint the probability density function

यदि (X, Y) चरों का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}y^2e^{-x}, & \text{if } 0 < y < x < \infty \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

then find $P(Y < 1/X = 3)$.

(7)

है तब $P(Y < 1/X = 3)$ ज्ञात कीजिये।

- (c) Given the joint probability density function of X and Y:
X, Y चरों का संयुक्त प्रायिकता घनत्व फलन दिया

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{c}{y^3}, & \text{if } 0 < x < 1, y > 1, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

find the constant c and E(X).

(6)

है तब सतत c और E(X) ज्ञात कीजिये।

2. (a). The mean and standard deviation of a group of 100 observations are 8 and $\sqrt{10.5}$ respectively. For 50 observations selected from this group, the mean and variance are 10 and 4 respectively. Calculate the mean and variance of remaining 50 observations of the other half. (10)

100 अवलोकनों के समूह का माध्य और मानक विचलन क्रमशः 8 और $\sqrt{10.5}$ है। इस समूह से चुने गए 50 अवलोकनों का माध्य और विचरण क्रमशः 10 और 4 हैं। अन्य आधे भाग के शेष 50 अवलोकन के माध्य और विचरण की गणना करें।

- (b) Write the applications of Binomial distribution. If $X \sim b(2, \frac{1}{2})$ then find $E(\frac{2}{1+X})$. (10)
द्विपद बंटन के अनुप्रयोग लिखिए। यदि $X \sim b(2, \frac{1}{2})$ तब $E(\frac{2}{1+X})$ ज्ञात कीजिये।

3. (a) In three independent throws of a fair dice, let x denotes the number of upper faces showing 6, then find the value of $E(3-X)^2$. (10)

एक निष्पक्ष पासा के तीन स्वतंत्र उछालों में, माना कि X पासे की ऊपरी सतह पर 6 को दिखाने की संख्या को दर्शाता है, तो $E(3-X)^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (b) State the Central Limit Theorem (CLT) and describe its applications. (10)
केन्द्रीय सीमा प्रमेय को कंठित कीजिए और इस के अनुप्रयोगों की व्याख्या कीजिये।

4. (a) Define a Chi-Square variate and derive the probability density function of the Chi-Square distribution. (10)

एक Chi-Square variate को परिभाषित करें और Chi-Square बंटन की प्रायिकता घनत्व फलन को प्राप्त करें।

- (b) In a small pilot study, sample standard deviation of the machine's hourly output is 6.2. How large a sample is required to estimate the average hourly output of a machine to be within ± 1.5 , with 90% level of confidence. (Given $Z_{(.05)}=1.6449$)

(10)

एक छोटे पायलट अध्ययन में, मशीन के प्रति घंटा आउटपुट का प्रतिदर्श मानक विचलन 6.2 है। किसी मशीन का औसत प्रति घंटा आउटपुट, ± 1.5 के भीतर होने का अनुमान 90% आत्मविश्वास के स्तर के साथ लगाने के लिए कितना बड़ा प्रतिदर्श आवश्यक है। (दिया है: $Z_{(.05)} = 1.6449$)

5. (a) What is the criterion of a good estimator? Let X_1, X_2, \dots, X_n ($n > 4$) be a random sample from population with mean μ and variance σ^2 , then show that the estimator given by $V = \frac{1}{8}X_1 + \frac{3}{4(n-2)}(X_2 + \dots + X_n - 1) + \frac{1}{8}X_n$ is an unbiased and but in-consistent estimator of μ . (10)

एक अच्छे आकलक की कसौटी क्या है? यदि एक यादृच्छिक प्रतिदर्श X_1, X_2, \dots, X_n ($n > 4$) एक समष्टि जिसका माध्य μ और प्रसरण σ^2 है से लिया गया है तब दर्शाइए कि $V = \frac{1}{8}X_1 + \frac{3}{4(n-2)}(X_2 + \dots + X_{n-1}) + \frac{1}{8}X_n$ द्वारा दिया गया आकलक एक अनभिन्न और सुसंगत आकलक है।

- (b) Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a distribution with p.d.f. (10)
यदि X_1, X_2, \dots, X_n एक यादृच्छिक प्रतिदर्श किसी बंटन जिस का प्रायिकता घनत्व फलन

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & \text{if } 0 < x < \infty, 0 < \theta < \infty \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

then obtain the maximum likelihood estimator of θ .

से लिया गया है तब θ का अधिकतम प्रत्याशा आकलक ज्ञात कीजिये।

6. (a). In a study on nicotine contents of two brands of cigarettes, ten cigarettes of Brand A had an average nicotine content of 3.1 milligrams with a standard deviation of 0.5 milligrams while, 8 cigarettes of Brand B had an average of nicotine content of 2.7 milligrams with a standard deviation of 0.7 milligrams. Assuming that the two samples are independent random samples from normal populations with equal variances, construct a 95% confidence interval for the difference between the two means of the two brands. (Given $t_{0.05}$, for 16 d.f.=2.12). (10)

दो ब्रांडों की सिगरेट की निकोटीन सामग्री पर एक अध्ययन में, ब्रांड-ए के दस सिगरेटों में 0.5 मिलीग्राम के मानक विचलन के साथ 3.1 मिलीग्राम की औसत निकोटीन सामग्री थी, जबकि ब्रांड-B के 8 सिगरेटों में निकोटीन सामग्री में 0.7 मानक विचलन के साथ 2.7 मिलीग्राम की औसत निकोटीन सामग्री थी। यह मानते हुए कि दोनों प्रतिदर्श प्रसामान्य समष्टि से स्वतंत्र यादृच्छिक प्रतिदर्श हैं और दोनों के प्रसरण बराबर हैं दोनों ब्रांडों के दो माध्यों का अंतराल 95% के विश्वसनीयता स्तर पर निर्माण कीजिये। (दिया है $(t_{0.05})$ 16 d.f. = 2.12).

- (b) Stating the importance, prove Cramer-Rao Inequality. (10)
महत्व बताते हुए, क्रैमर-राव असमिका सिद्ध करें।

7. (a). The following data refers to the length of certain type of batteries:
निम्नलिखित डेटा कुछ प्रकार की बैटरी की लंबाई को संदर्भित करता है:

$$n = 100, \sum fd = 50, \sum fd^2 = 1970, \sum fd^3 = 1948 \text{ and}$$

$$\sum fd^4 = 86,752 \text{ where } d=(x-48),$$

do you think that the distribution is platykurtic?

क्या आपको लगता है कि बंटन प्लेटिकर्टिक है?

- (b) In an educational institution, out of 200 students, 150 were boys. They took an examination and it was found that 120 passed, 10 girls had failed. Is there any association between gender and success in the examination? (10)

एक शैक्षिक संस्थान में, 200 छात्रों में से 150 लड़के थे। उन्होंने एक परीक्षा दी और पाया गया कि 120 उत्तीर्ण हुए, 10 लड़कियां असफल रहीं। क्या लिंग और परीक्षा में सफलता के बीच कोई संबंध है?

8. (a) Find the moment generating function of Poisson distribution and hence deduce the mean and variance of the distribution. (10)

पोइसन बंटन का आघूर्ण जनक फलन ज्ञात कीजिये और वहाँ से बंटन का माध्य और प्रसरण भी प्राप्त करें।

- (b) State briefly the method of moments for finding the estimator for unknown parameters of a distribution. Let X_1, X_2, \dots, X_n be a random sample from a discrete distribution with the probability mass function given as $P(X=0) = \frac{1-\theta}{2}$, $P(X=1) = \frac{1}{2}$, $P(X=2) = \frac{\theta}{2}$, $0 \leq \theta \leq 1$, then use the Method of Moments to find the estimator of θ . (10)

किसी बंटन के अज्ञात प्राचलों का आकलक खोजने की विधि संक्षेप में लिखिये। यदि किसी असतत समष्टि जिस का पी एम ऑफ (p.m.f.): $P(X=0) = \frac{1-\theta}{2}$, $P(X=1) = \frac{1}{2}$, $P(X=2) = \frac{\theta}{2}$, $0 \leq \theta \leq 1$, है से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श X_1, X_2, \dots, X_n लिया गया है तब आघूर्ण की विधि का उपयोग कर के θ का आकलक ज्ञात करें।
